On a : $y = g(x) \Rightarrow x = f(y) \Rightarrow 2\cos y + 3 = x \Rightarrow \cos y = \frac{x-3}{2} \Rightarrow$

$\cos^2 y = \frac{(x-3)^2}{4} \Rightarrow 1 - \sin^2 y = \frac{x^2 - 6x + 9}{4} \Rightarrow \sin^2 y = \frac{-x^2 + 6x - 5}{4}$

$\Rightarrow \sin y = \frac{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}}{2}$ car $y \in]0, \pi[$.

D'où : $g'(x) = \frac{-1}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}}$.

Solution 11 :

1°/ f est définie, continue et dérivable sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ et $\forall x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$,

$f'(x) = \frac{\cos x(2 + \sin x) - \cos x \sin x}{(2 + \sin x)^2} = \frac{2\cos x}{(2 + \sin x)^2}$. Le signe de $f'(x)$

est celui de $\cos x$. Or $\forall x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\cos x \geq 0$

x	$-\pi/2$		$\pi/2$
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	-1	↗	$\frac{1}{3}$

2°/ f est continue et strictement croissante sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ donc f réalise

une bijection de $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ sur $f([-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]) = [-1, \frac{1}{3}]$.

3°/a) • $g(0) = x \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (car

$\forall x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$) donc $g(0) = 0$.

• $g(\frac{1}{5}) = x \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{\sin x}{2 + \sin x} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5\sin x = 2 + \sin x$

$\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}$ d'où $g(\frac{1}{5}) = \frac{\pi}{6}$.